

**Politechnika Śląska w Gliwicach**  
**Konkurs "O złoty indeks Politechniki Śląskiej"**  
**Gliwice, 31.03.2017**  
**Zadania z matematyki - etap II**

Zadanie 1. Z urny zawierającej 3 białe kule i 3 czarne kule wyciągamy losowo kule tak długo aż w urnie zostaną kule tego samego koloru. Wyznaczyć prawdopodobieństwo wyciągnięcia pięciu kul z urny.

Zadanie 2. Rozwiązać równanie  $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg}^3 x + \dots = \cos x + \sin x$ , gdzie lewa strona równania jest sumą nieskończonego ciągu geometrycznego.

Zadanie 3. Dany jest okrąg o promieniu 5 oraz punkty  $A, B, C$ , leżące na tym okręgu. Wiadomo, że  $|AC| = 6$ ,  $|BC| = 8$ . Wyznaczyć długość odcinka  $AB$ .

Zadanie 4. Wyznaczyć wszystkie pary liczb całkowitych  $(m, n)$  spełniające równanie

$$n^2 + 2m^2 = 16 + mn.$$