

Zadanie «Złożoność obliczeniowa» (zlo)

Dana jest funkcja POW, która oblicza wartość $y = a^k$, gdzie k jest wartością całkowitą nieujemną zapisaną na n bitach.

```
1: function POW( $a, k$ )      { $k \geq 0$ }
2:    $z := a$ ;
3:    $y := 1$ ;
4:    $m := k$ ;
5:   while  $m \neq 0$  do
6:     if  $m \bmod 2 = 1$  then
7:        $y := y * z$ ;
8:     end if
9:      $m := m \div 2$ ;
10:     $z := z * z$ ;
11:  end while
12:  return  $y$ ;
13: end function
```

Dla funkcji POW należy:

1. Obliczyć pesymistyczną złożoność czasową przyjmując operację porównania w wierszu 6 funkcji jako operację dominującą (**2 punkty**).
2. Obliczyć średnią złożoność czasową przyjmując operację porównania w wierszu 6 funkcji jako operację dominującą (**4 punkty**).
3. Obliczyć średnią liczbę wykonanych operacji mnożenia w wierszu 7 funkcji (**4 punkty**).
4. Opisać krótko, jaki warunek musi spełnić wykładnik k aby zachodził przypadek pesymistyczny (**2 punkty**).
5. Obliczyć liczbę przypadków, dla których zachodzi przypadek pesymistyczny (**3 punkty**).

Należy przedstawić odpowiednie obliczenia prowadzące do końcowego wyniku.

Informacje pomocnicze

- Operacja $x \text{ div } y$ jest operacją dzielenia całkowitego x przez y .
- Operacja $x \text{ mod } y$ jest operacją wyznaczania reszty z dzielenia x przez y .
- Złożoności czasowe pesymistyczna $T_{\text{pes}}(n)$ i średnia $T_{\text{śr}}(n)$ zdefiniowane są w następujący sposób:

$$\begin{aligned} T_{\text{pes}}(n) &= \sup \{T(d) : d \in D_n\} \\ T_{\text{śr}}(n) &= \sum_{d \in D_n} T(d) \cdot p(d) \end{aligned}$$

gdzie:

- D_n – klasa danych, zbiór wszystkich możliwych zestawów danych o rozmiarze n ;
- $T(d)$ – złożoność czasowa dla zestawu danych d ;
- $p(d)$ – prawdopodobieństwo, że zestaw danych d będzie przetwarzany przez algorytm (wszystkie zestawy danych są przetwarzane z jednakowym prawdopodobieństwem).

Ustalenia techniczne

1. Rozwiązanie należy przygotować w pliku o nazwie `IKU-zlo.pdf`, gdzie IKU jest *indywidualnym kodem uczestnika*. Rozmiar pojedynczego pliku nie może przekraczać 5 MB.
2. W lewym górnym rogu rozwiązania należy umieścić numer IKU i kod zadania: «zlo». Nie jest dopuszczalne umieszczanie w pliku jakichkolwiek innych danych umożliwiających zidentyfikowanie uczestnika (także we właściwościach pliku).
3. Zadanie należy przesłać przez stronę konkursu «Złoty Indeks» Platformy Zdalnej Edukacji korzystając z łącza do przesyłania rozwiązań zadania «zlo».
4. Zadanie jest oceniane w skali 0-15 punktów.